FRANCISZEK LEJA
(1885–1979)

Franciszek Leja urodził się 27 stycznia 1885 r. we wsi Grodzisko Górne, położonej między Leżajskiem a Przeworskiem. Jego rodzice, Jan i Elżbieta, z domu Majkut, mieli małe gospodarstwo rolne (ok. 4 ha), będące jedynym źródłem utrzymania licznej rodziny (trzech synów i cztery córki). W latach 1892–1894 Franciszek Leja uczęszczał do trzyklasowej szkoły ludowej w Grodzisku. Najbliższe gimnazjum znajdowało się wówczas w odległym o 34 km Jarosławiu, gdzie opłaty za stancję, książki i mundurki były wysokie. Warunkiem dostania się do gimnazjum było ukończenie czwartej klasy szkoły powszechnej. Najbliższa taka szkoła znajdowała się w oddalonym o 8 km Leżajsku. Franciszek Leja ukończył klasę czwartą w roku szkolnym 1895/1896. Następnie, w latach 1896–1904, uczęszczał do gimnazjum w Jarosławiu, borykając się z trudnościami materialnymi. Począwszy od czwartej klasy gimnazjum zarabiał lekcjami udzielanymi uczniom niższych klas. Znaczną ulgą dla rodziców było od 1900 r. otrzymywane przez chłopca od proboszcza grodziskiego prywatne stypendium (ufundowane przez zmarłego w 1884 r. księdza Czesława Kaczorowskiego).

W klasie szóstej Franciszek Leja wstąpił do tajnej organizacji uczniowskiej, zakazanej przez władze szkolne. Jej celem było zapoznanie młodzieży z prawdziwą historią rozdartej między trzy zabory Polski i organizowanie obchodów w rocznice ważnych wydarzeń narodowej historii, takich jak Konstytucja 3 Maja.

W latach 1904–1909 Franciszek Leja studiował matematykę na Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu Lwowskiego. Znaczny wpływ na zainteresowania naukowe przyszłego twórcy krakowskiej szkoły analizy zespolonej miał niewątpliwie fakt, iż w czasie studiów we Lwowie uczęszczał na wykłady i seminaria profesora Józefa Puzyny (1856–1919), autora dwutomowej pionierskiej monografii pt. *Teoria funkcyj analitycznych* (t. I, Lwów 1898, XVII + 549 s.; t. II, Lwów 1900, XIV + 693 s.), opublikowanej nakładem autora z pomocą krakowskiej Akademii Umiejętności, której kniaź J. Puzyna był członkiem. Duże wrażenie wywarły na nim także wykłady z fizyki teoretycznej prowadzone przez Mariana Smoluchowskiego, wówczas młodego docenta, który przed kilku laty ukończył studia na Uniwersytecie Wiedeńskim.

Po złożeniu w uniwersytecie egzaminów na nauczyciela matematyki i fizyki Rada Szkolna Krajowa we Lwowie nominowała Franciszka Leję na zastępcę nauczyciela matematyki i fizyki w Drohobyczu. Na prośbę o posadę w jednym z miast uniwersyteckich Galicji, tj. we Lwowie lub Krakowie, dla umożliwienia dalszych studiów matematycznych, otrzymał nominację na zastępcę nauczyciela matematyki i fizyki w IV Gimnazjum w Krakowie. Fakt ten miał istotny wpływ na dalszy jego rozwój naukowy. W Uniwersytecie Jagiellońskim działały wówczas dwie indywidualności dużego formatu: Kazimierz Żorawski — uczeń wielkiego Sophusa Lie, oraz Stanisław Zaremba — jeden z pionierów nowoczesnej matematyki w Polsce.

W sprawozdaniu dyrektora IV Gimnazjum w Krakowie, wydanym w 1911 r., znalazła się rozprawka F. Lei pt. *Pierwsze zasady geometrii nieeuklidesowej*. Po zapoznaniu się z nią profesor Żorawski zaproponował autorowi roczne stypendium

Akademii Umiejętności na dalsze studia w Sorbonie. Podczas pobytu w Paryżu w roku szkolnym 1912/1913 Franciszek Leja zapoznał się z osiągnięciami wybitnych analityków francuskich, m.in. P. Fatou, J. Hadamarda, P. Montela. Zawarł też bliższą znajomość z twórcą nowoczesnej teorii miary H. Lebesguem, która przerodziła się później w przyjaźń.

Po powrocie z Francji Franciszek Leja podjął we wrześniu 1913 r. pracę w V Gimnazjum w Krakowie, a miesiąc później — na wniosek Kazimierza Żorawskiego — został jednocześnie zatrudniony jako asystent (na pół etatu) przy Katedrze Matematyki UJ. Stanowisko to było płatne z prywatnych funduszy złożonych w Akademii Umiejętności. Oprócz prowadzenia zajęć dydaktycznych w gimnazjum i uniwersytecie przygotowywał Leja rozprawę doktorską pt. *Własności niezmiennicze równań różniczkowych ze względu na przekształcenia stycznościowe*, której tematem były zastosowania teorii grup ciągłych do rozwiązywania równań różniczkowych. W r. 1916, po pomyślnej obronie rozprawy, której promotorem był profesor Żorawski, otrzymał pełny etat asystenta przy katedrze matematyki UJ. Pełniąc jednocześnie obowiązki nauczyciela matematyki V Gimnazjum, przygotowywał się do egzaminów, po złożeniu których w r. 1922 otrzymał tytuł docenta. W następnym roku przyjął propozycję objęcia katedry matematyki w Politechnice Warszawskiej. W r. 1924 władze uznały jego habilitację w Uniwersytecie Jagiellońskim za ważną w Uniwersytecie Warszawskim i od tego czasu obok zajęć ze studentami Politechniki prowadził każdego roku wykład monograficzny dla studentów matematyki UW (dwie godziny tygodniowo). Po odejściu Stanisława Zaremby na emeryturę (1935) Wydział Filozoficzny UJ zaproponował objęcie zwolnionej katedry profesorowi F. Lei, który propozycję przyjął i po dwunastoletnim pobycie w Warszawie powrócił już na zawsze do Krakowa. Wśród 183 profesorów Uniwersytetu Jagiellońskiego, Akademii Górniczej i innych szkół wyższych oraz średnich Krakowa, zaaresztowanych podstępnie przez gestapo w Collegium Novum w dniu 6 listopada 1939 r., znalazł się profesor Leja. Został on wywieziony do obozu koncentracyjnego w Sachsenhausen. Po powrocie z obozu w 1940 r. wyjechał z żoną do rodzinnego domku w Grodzisku, w Krakowie nie mieli bowiem środków do życia, gdyż Uniwersytet z rozkazu okupanta był nieczynny. Na wsi zajmował się pisaniem podręczników uniwersyteckich oraz brał udział w tajnym nauczaniu w Grodzisku i okolicy.

Po oswobodzeniu Krakowa zgłosił się w styczniu 1945 r. do pracy w Uniwersytecie Jagiellońskim, gdzie wraz z innymi zajął się zorganizowaniem Instytutu Matematyki UJ, uruchomieniem Oddziału Krakowskiego Polskiego Towarzystwa Matematycznego (którego był współzałożycielem w 1919 r.) i wznowieniem „Roczników Polskiego Towarzystwa Matematycznego" („Annales de la Société Polonaise de Mathématique"), którego pierwszy tom powojenny pod jego redakcją ukazał się już w 1945 r.

Po powstaniu Państwowego Instytutu Matematycznego w r. 1948 (przekształconego w 1952 r. w istniejący do dzisiaj Instytut Matematyczny PAN) objął w nim kierownictwo Działu Funkcji Analitycznych, przyczyniając się — we współpracy z profesorami M. Biernackim (UMCS) oraz Z. Charzyńskim i W. Janowskim (Uniwersytet Łódzki) — do znacznego rozwoju teorii funkcji analitycznych w Polsce w okresie powojennym.

W 1960 r. Franciszek Leja przeszedł na emeryturę, nie przerywając jednak aktywnej działalności naukowej, dydaktycznej i organizacyjnej. Prowadził nadal seminaria i wykłady dla studentów matematyki UJ oraz seminarium w Krakowskiej Pracowni Instytutu Matematycznego PAN dla matematyków specjalizujących się w analizie zespolonej. To dzięki temu seminarium powstała licząca się w świecie krakowska szkoła analizy zespolonej, rozwijająca się pomyślnie w dalszym ciągu. W latach 1963–1965 był prezesem Zarządu Głównego Polskiego Towarzystwa Matematycznego. Mając już blisko 90 lat, w r. 1974, na Międzynarodowej Konferencji Funkcji Analitycznych w Krakowie, zorganizowanej przez jego uczniów, w której uczestniczyło wielu wybitnych analityków z całego świata, wygłosił krótki komunikat o najnowszym własnym wyniku, dotyczącym problemów zbieżności pewnych ciągów liczbowych, występujących w opracowanej przez niego metodzie punktów i funkcji ekstremalnych.

Do końca życia wiele czasu poświęcał ulepszaniu wznowień swoich doskonałych podręczników. Wkrótce po jego śmierci ukazało się 16. wydanie znanego studentom w całej Polsce podręcznika *Rachunek różniczkowy i całkowy*, a jego, również wysoko cenione, *Funkcje zespolone* doczekały się szybko piątego wydania.

Franciszek Leja oprócz matematyki kochał muzykę i malarstwo. Był człowiekiem o głębokiej kulturze wewnętrznej. Przez całe swe dojrzałe życie starał się — bez rozgłosu i dyskretnie — służyć pomocą innym. To ta wewnętrzna potrzeba służenia innym kazała mu zająć się w latach 1910–1912 zorganizowaniem Orkiestry Włościańskiej (istniejącej do dziś) i Spółdzielni Mleczarskiej w rodzinnej wsi, przeznaczać przed wojną co miesiąc pewną kwotę na zapomogi dla niezamożnej młodzieży chłopskiej z Grodziska kształcącej się w szkołach średnich, przyjmować do swojego domu na utrzymanie i kształcenie po kolei trzech chłopców, pisać podręczniki uniwersyteckie w okresie, kiedy ich najbardziej brakowało. Wreszcie pod koniec swego życia ofiarował Uniwersytetowi Jagiellońskiemu 200 000 zł na stypendia dla wyróżniających się młodych matematyków.

Zmarł 11 października 1979 r. Zgodnie ze swą wolą został pochowany na cmentarzu w rodzinnym Grodzisku.

Spis publikacji Franciszka Lei obejmuje sto prac naukowo-badawczych oraz czternaście artykułów i podręczników[1]. Jego prace zawierają istotny wkład w każde z następujących zagadnień:

1) grupy topologiczne,
2) szeregi potęgowe i funkcje analityczne wielu zmiennych,
3) pojęcie zbieżności szeregów liczbowych podwójnych,

[1] Spis publikacji Franciszka Lei jest dołączony do artykułu pt. *Franciszek Leja (1885–1979)*, opublikowanego w „Rocznikach Polskiego Towarzystwa Matematycznego", seria II: „Wiadomości Matematyczne" XXIV, 1982, s. 65–90.

4) sumowalność szeregów rozbieżnych,
5) ciągi wielomianów i funkcji analitycznych,
6) szeregi wielomianów jednorodnych,
7) metoda punktów i funkcji ekstremalnych.

Nieprzemijające uznanie przyniosła mu, stworzona przez niego, metoda punktów i funkcji ekstremalnych, do której nawiązywali i nadal nawiązują nie tylko jego uczniowie i ich kolejni współpracownicy, ale także wielu matematyków z całego świata.

Powiedzmy kilka słów o tej metodzie. Niech w przestrzeni topologicznej T będzie dana funkcja ciągła $\omega\,(p, q)$ pary punktów p i q spełniająca warunki $\omega\,(p, q) \geq 0$, $\omega\,(p, q) = \omega\,(q, p)$.

Dla dowolnego układu $p^{(n)} = \{p_0, \ldots, p_n\}$ $n + 1$ punktów przestrzeni T przyjmujemy:

$$V(p^{(n)}) := \prod_{0 \leq j < k \leq n} \omega\,(p_j, p_k)$$

Dla dowolnego zbioru zwartego E przestrzeni T definiujemy:

$$V_{\mathrm{n}}(E) := \sup\,\{V(p^{(n)});\ \mathrm{p}^{(n)} \subset E\}$$

Układ $n + 1$ punktów $q^{(n)} = \{q_0, \ldots, q_n\}$ zbioru E taki, że $V_n\,(E) = V\,(q^{(n)})$, nazywamy n-tym układem punktów ekstremalnych zbioru E względem funkcji tworzącej ω. Dowodzi się, że ciąg $\upsilon_n := V_n(E)^{2/n(n+1)}$ jest malejący, a jego granicę $\upsilon(E) \equiv \upsilon(E, \omega) := \lim_{n\to\infty} \upsilon_n$ nazywa się rozwartością zbioru E względem funkcji tworzącej ω. Jeśli $T = \mathrm{C}$ jest płaszczyzną zespoloną, a $\omega\,(p, q) = |p-q|$ jest zwykłą odległością punktów p i q, to $\upsilon\,(E)$ jest równe średnicy pozaskończonej (lub pojemności logarytmicznej), wprowadzonej przez matematyka węgierskiego M. Feketego w 1923 r. Rozważając punkty ekstremalne i rozwartości zbioru względem dowolnej funkcji tworzącej, Franciszek Leja nie tylko uogólnił pojęcie punktów i średnicy pozaskończonej Feketego, ale uczynił z tych pojęć metodę jednolitego i skutecznego podejmowania rozmaitych problemów analizy. Ważnym pojęciem tej metody, obok punktów ekstremalnych i rozwartości zbioru, jest tzw. funkcja ekstremalna Φ, związana z danym zbiorem i funkcją tworzącą ω. Dla zbioru E o rozwartości dodatniej funkcję tę F. Leja określił wzorem:

$$\Phi\,(x) \equiv \Phi\,(x, E, \omega) := \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\inf_{p^{(n)} \subset E} \left(\max_{0 \leq j \leq n} \Phi^{(j)}\,(x, p^{(n)}) \right)}, \quad x \in T$$

gdzie:

$$\Phi^{(j)}\,(x, p^{(n)}) := \prod_{k=0,\, k\neq j} \frac{\omega(x, p_k)}{\omega(p_j, p_k)}, \qquad j = 0, \ldots, n, \quad x \in T$$

Przez stosowny dobór przestrzeni T i funkcji tworzącej ω metoda punktów i funkcji ekstremalnych pozwoliła jej twórcy na uzyskanie przede wszystkim następujących rezultatów:

1) scharakteryzowanie szeregów wielomianów jednorodnych dwu zmiennych zespolonych mających niepusty obszar zbieżności;

2) konstrukcja funkcji Greena na płaszczyźnie zespolonej;

3) konstrukcja rozwiązania problemu Dirichleta w obszarze płaskim;

4) konstrukcja odwzorowań konforemnych obszarów płaskich na obszary kanoniczne;

5) charakteryzacja funkcji holomorficznych różnowartościowych;

6) nowy dowód twierdzenia Hartogsa o funkcjach oddzielnie holomorficznych;

7) charakteryzacja punktów regularnych w problemie Dirichleta.

Metoda punktów i funkcji ekstremalnych Lei była z powodzeniem stosowana przez jego uczniów i ich współpracowników krajowych i zagranicznych, którzy znacznie ją wzbogacili oraz poszerzyli zakres jej stosowalności. Idee tej metody są w dalszym ciągu z powodzeniem wykorzystywane we współczesnej teorii funkcji wielu zmiennych zespolonych, w teorii pluripotencjału oraz teorii aproksymacji wielomianami wielu zmiennych rzeczywistych lub zespolonych. Sporo informacji na ten temat można znaleźć w pierwszej na świecie monografii, poświęconej powstałej w ostatnim ćwierćwieczu teorii pluripotencjału, pt. *Pluripotential Theory* (London Mathematical Soc. Monographs, Clarendon Press 1991), której autorem jest Maciej Klimek, obecnie profesor uniwersytetu w Uppsali, wychowanek Instytutu Matematyki UJ. Znaczna część tej monografii zawiera wyniki uzyskane w krakowskiej szkole analizy zespolonej, zapoczątkowanej przez Franciszka Leję.

Jednym z najistotniejszych ogniw metody punktów i funkcji ekstremalnych jest słynny lemat wielomianowy Lei, mający obecnie wiele różnych wersji, pochodzących zarówno od odkrywcy, jak i od różnych autorów krajowych oraz zagranicznych. Przytoczymy tutaj jedną z najwcześniejszych wersji, pochodzącą z końca lat 20.

Powiemy, że zbiór $E \subset \mathrm{C}$ ma własność W w punkcie $a \in \mathrm{C}$, jeśli:

1) istnieje taka liczba dodatnia r oraz podzbiór A przedziału $[0, r]$, że miara Lebesgue'a $m(A)$ zbioru A równa jest r;

2) dla każdej liczby $t \in A$ okrąg o środku a i promieniu t przecina zbiór E.

Zauważmy, że każde kontinuum, nie redukujące się do punktu, ma własność W w każdym swoim punkcie.

Lemat wielomianowy. Jeśli zbiór E ma własność W w punkcie a i F jest dowolną rodziną wielomianów zmiennej zespolonej spełniającą warunek:

$$\sup \{ |f(z)| ; f \in F\} < +\infty, \qquad \text{gdy } z \in E,$$

to:

$$\forall_{\varepsilon > 0}\, \exists_{M > 0}\, \exists_{\delta > 0}\, \forall_{f \in F}\, \forall_{z \in \mathrm{C}} \quad |z - a| < \delta \Rightarrow |f(z)| < M\,(1 + \varepsilon)^{s(f)}$$

gdzie $s(f)$ oznacza stopień wielomianu f.

Aby unaocznić siłę tego lematu, wystarczy wspomnieć, że wynika z niego — jak wykazał Leja — fundamentalne twierdzenie Hartogsa o funkcjach analitycznych względem każdej zmiennej osobno oraz znaczne wzmocnienie twierdzenia Hartogsa o szeregach wielomianów jednorodnych. Jak pokazali później inni autorzy, lemat ten ma istotne zastosowania w wielu innych zagadnieniach analizy rzeczywistej lub zespolonej (a także w teorii funkcji analitycznych w przestrzeniach liniowo-topologicznych).

Badania naukowe Franciszka Lei dotyczyły bardzo konkretnych i podstawowych problemów. Miał on doskonałe wyczucie tego, co w matematyce mu współczesnej było istotne i aktualne. Właśnie dzięki tej zalecie zaoferował jako pierwszy matematyce XX w. ważne pojęcie „grupy topologicznej". Dzięki niej już w latach 20., jako jedyny matematyk w Polsce, podjął prace badawcze z zakresu teorii funkcji analitycznych wielu zmiennych zespolonych, która wówczas była dopiero w powijakach. Obecnie analiza zespolona wielu zmiennych jest uznana za jeden z najważniejszych działów matematyki, rozwiniętych w tym stuleciu.

Wyniki i idee, zawarte w pracach F. Lei, w dalszym ciągu nie tracą na aktualności i mają moc inspiracyjną. Dobrym tego przykładem jest obszerna (XI + 505 s.) monografia, opublikowana ostatnio przez bardzo renomowane wydawnictwo Springer (E. B. Saff, V. Totik, *Logarithmic potentials with external fields*, „Grundlehren der mathematischen Wissenschaften", 316, 1997).

We wstępie monografii czytamy:

> The external field problem has its origins in the work of C. F. Gauss, and is sometimes referred to as the *Gauss variation problem*. O. Frostman investigated the problem and the Polish school headed by F. Leja made important contributions during the period 1935–1960 that have greatly influenced the present work. A rebirth of interest in the Gauss variational problem occured in the 1980's when E. A. Rakhmanov and, independently, collaborators H. N. Mhaskar and E. B. Saff used potentials with external fields to study orthogonal polynomials with respect to exponential weights on the real line.

Józef Siciak